

111 年 5 月篩選測驗 5 年級 題號：20

| 科別 | 試題年級 | 受測年級 | 試題編號 | | |
|-------------|--|--------|--------------|------|-----|
| 數學 | 5 | 5 | 202205M5N020 | | |
| | | | 11105M5N20 | | |
| 題目 | <p>已知 10、20、30、40、50、60、70、80、90、100 都是 10 的倍數。</p> <p>快樂農場有一群牛，6 頭一數，10 頭一數都可以剛好數完，快樂農場裡最少有多少頭牛？</p> <p>(1) 10</p> <p>(2) 30</p> <p>(3) 60</p> <p>(4) 90</p> | | | | |
| 答案 | 2 | 認知歷程向度 | 解題與思考 | 題型 | 選擇題 |
| 能力指標 | 5-n-05 能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。 | | | | |
| 基本學習內容 | 5-nc-05-2 能認識兩數的公倍數與最小公倍數。 | | | 內容領域 | 數與量 |
| 施測後回饋 訊息 | <p>評量重點：</p> <p>本題是利用公倍數解題的文字題，要求學生找出最小公倍數，評量學生利用公倍數解題的能力。</p> <p>教學建議：</p> <p>(一)五年級<u>不宜</u>引入短除法求最大公因數及最小公倍數的方法，利用短除法求最大公因數及最小公倍數是六年級的教學重點。</p> <p>(二)下面以「求 8 和 12 的最小公倍數」為例，提出兩種幫助五年級學生解題的方法。</p> <p>方法一：分別列出 8 和 12 的部份倍數。</p> <p>8 的部份倍數：8、16、24、32、40、48、56、64、72、80、88、96……，</p> <p>12 的部份倍數：12、24、36、48、60、72、84、96……，</p> <p>再找出兩數的共同倍數有：24、48、72、96……，其中 24 是最小公倍數。</p> | | | | |

方法二：先列出 12 部份的倍數 12、24、36、48、60、72、84、96……，再判斷這些數是否為 8 的倍數，例如：24、48、72、96 也是 8 的倍數，所以 24、48、72、96 是 8 和 12 的公倍數，幫助學生簡化求公倍數的解題過程，並判斷兩數的公倍數中，最小公倍數為 24。

(三)學生面對利用最大公因數或最小公倍數性質解題的文字題時，常不知道該用哪一種性質來解題。教師不宜要求學生記憶題型，看到題目就直接作答，應幫助學生養成利用嘗試錯誤方式解題的能力。

例如解「長方形紙長 96 公分，寬 54 公分，哥哥要裁成一樣的的正方形，此正方形最大的邊長是幾公分？」時，先假設正方形的邊長是 1 公分，發現滿足題意，再假設正方形的邊長是 2 公分，發現也滿足題意，就知道必須利用最大公因數的性質來解題。

例如解「弟弟想用長 4 公分、寬 6 公分的長方形色紙，排成正方形，最少需要幾張色紙？」時，先假設正方形的邊長都是 1 公分，發現不滿足題意，再假設正方形的邊長都是 24 公分，發現滿足題意，就知道必須利用最小公倍數的性質來解題。

(四)教師也可以提醒學生，1 是兩數的最小公因數，如果 1 滿足題意，就是求公因數的問題，如果 1 不滿足題意，就是求公倍數的問題。

對應教材：5-nc-05-2

111 年 5 月篩選測驗 5 年級 題號：23

| 科別 | 試題年級 | 受測年級 | 試題編號 | | |
|-------------|--|--------|--------------|------|-----|
| 數學 | 5 | 5 | 202205M5N023 | | |
| | | | 11105M5N23 | | |
| 題目 | <p>已知 1 條緞帶長 3 公尺，$\frac{2}{5}$ 條緞帶長多少公尺？</p> <p>(1) $\frac{2}{5}$ (2) $1\frac{1}{5}$ (3) $\frac{2}{15}$ (4) $\frac{6}{15}$</p> | | | | |
| 答案 | 2 | 認知歷程向度 | 解題與思考 | 題型 | 選擇題 |
| 能力指標 | 5-n-08 能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。 | | | | |
| 基本學習內容 | 5-nc-08-1 能理解整數乘以分數的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。 | | | 內容領域 | 數與量 |
| 施測後回饋 訊息 | <p>評量重點：</p> <p>本題是整數乘以分數的文字題，要求學生算出答案，評量學生利用分數乘法解題的能力。</p> <p>教學建議：</p> <p>(一)下面透過二個問題，說明整數乘以分數，積是分數的乘法問題是一次分割的問題，分數乘以分數，積是分數的乘法問題是二次分割的問題。</p> <p>問題 1：一桶果汁 5 公升，$\frac{3}{4}$ 桶有多少公升？</p> <p>問題 2：一瓶果汁 $\frac{2}{7}$ 公升，$\frac{3}{4}$ 瓶有多少公升？</p> <p>問題 1 是整數乘以分數、積是分數的問題，利用 $5 \div 4 = \frac{5}{4}$，$\frac{5}{4} \times 3 = \frac{15}{4}$ 解題時，待答的單位 1 公升只被分割成 4 等份，屬於一次分割的問題。</p> <p>問題 2 是分數乘以分數的問題，命題者先將 1 公升分割成 7 等份，在題目中呈現 $\frac{2}{7}$ 公升，解題者再將 $\frac{2}{7}$ 公升分割成 4 等份，待答的單位 1 公升被分割成 7×4 等份，屬於兩次分割的問題。</p> <p>(二)問題 1：$\frac{5}{7}$ 公升果汁，平分成 4 份，1 份是多少公升？</p> <p>問題 2：一桶果汁 $\frac{5}{7}$ 公升，$\frac{3}{4}$ 桶有多少公升？</p> | | | | |

問題 1 是問題 2 的先備知識，學生必須先解決問題 1，才能解決問題 2。

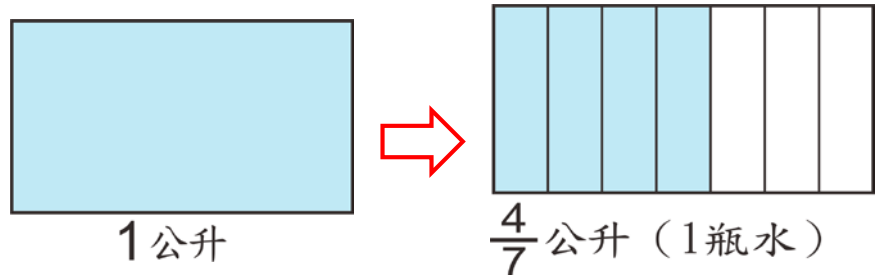
1 桶果汁有 $\frac{5}{7}$ 公升， $\frac{3}{4}$ 桶果汁是把 1 桶果汁平分成 4 份，再取出其中的 3 份，學生必須先解決把 $\frac{5}{7}$ 公升平分成 4 份的問題，並用除法算式 $\frac{5}{7} \div 4 = \frac{5}{7 \times 4} = \frac{5}{28}$ 記錄解題過程，才能利用乘法 $\frac{5}{28} \times 3 = \frac{15}{28}$ ，算出 3 份，也就是 $\frac{3}{4}$ 桶有 $\frac{15}{28}$ 公升。

(三)首次引入問題 2 時，教師不宜直接要求學生利用「 $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{28}$ 」來解題，因為學生不易掌握解題的意義。

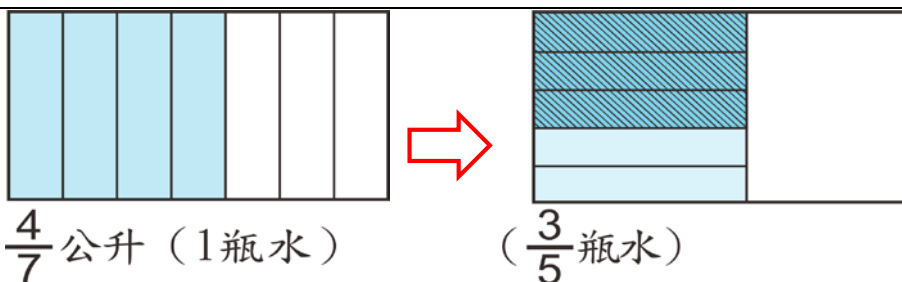
當學生有一些解題成功的經驗後，教師可以要求學生用算式「 $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{28}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後遇到這類問題時，可以直接利用分數乘以分數的算式「 $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{28}$ 」算出答案。

(四)下面以「一瓶水有 $\frac{4}{7}$ 公升， $\frac{3}{5}$ 瓶水有多少公升？」為例，說明為什麼可以透過「分子乘以分子，分母乘以分母」的方式算出答案。
步驟一：題目問「水有多少公升？」，先畫一個長方形表示 1 公升，

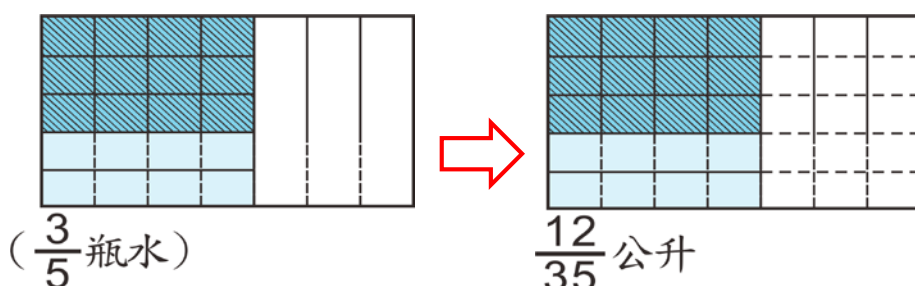
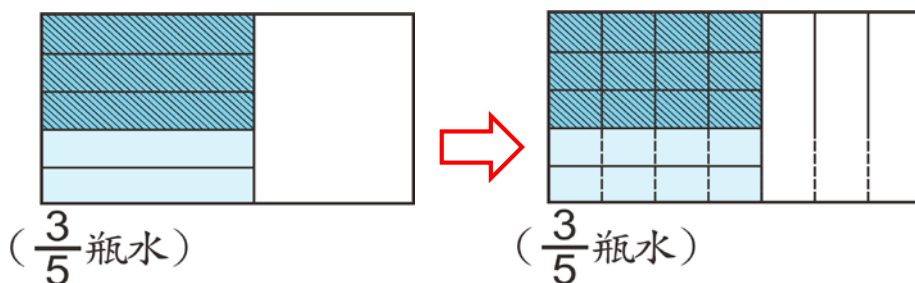
接著畫出 $\frac{4}{7}$ 公升表示 1 瓶水，如下圖：



步驟二：以 1 瓶水 ($\frac{4}{7}$ 公升) 為單位，平分成 5 份，再取出其中的 3 份，並在這 3 份畫上斜線，斜線部份就是 $\frac{3}{5}$ 瓶水，
如 下 圖 ：



步驟三：「和 1 公升（原來的長方形）比比看，1 公升被分割成幾小份？」，可以用算式「 $7 \times 5 = 35$ 」算出 1 公升被分割成 35 小份，其中的 1 小份是 $\frac{1}{35}$ 公升。再算算看，斜線部份有幾小份，用算式「 $4 \times 3 = 12$ 」算出有 12 小份，這 12 小份合起來是 $\frac{12}{35}$ 公升。如下圖：



步驟四：看著算式「 $\frac{4}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 3}{7 \times 5}$ 」說說看：

「分母乘以分母(7×5)」是否記錄了將 1 公升(原來的長方形)先平分成 7 份、每 1 份再平分成 5 小份？也就是將 1 公升平分成 35(7×5)小份，而其中的 1 小份是 $\frac{1}{7 \times 5}$ 公升。」

「分子乘以分子(3×4)」是否記錄了有 12 個 $\frac{1}{7 \times 5}$ 公升？
也就是 12 個 $\frac{1}{35}$ 公升。」

(五)以「一桶果汁 $\frac{5}{6}$ 公升， $\frac{3}{4}$ 桶有多少公升？」為例，學生利用「 $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$ 」解題時，不宜要求學生將被乘數的分母 6 和乘數的分子 3 直

接約分，因為 $\frac{5}{6}$ 和 $\frac{3}{4}$ 兩個數字的單位不一樣。

當學生算出「 $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{6 \times 4}$ 」之後， $\frac{5 \times 3}{6 \times 4}$ 是一個數字，因為分母的 6 和分子的 3 有公因數 3，所以可以將 (6×4) 和 (5×3) 同時除以 3，得到

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times \cancel{3}^1}{\cancel{6}^2 \times 4} = \frac{5 \times 1}{2 \times 4} = \frac{5}{8}$$

教師也可以比對先約分和算出積後再約分的算式，幫助學生認識最後的結果都一樣，因此可以先約分後算出答案。

對應教材：5-nc-08-1

111 年 5 月篩選測驗 5 年級 題號：25

| 科別 | 試題年級 | 受測年級 | 試題編號 | | |
|-------------|---|--------|--------------|------|-----|
| 數學 | 5 | 5 | 202205M5N025 | | |
| | | | 11105M5N25 | | |
| 題目 | <p>將 $9\frac{6}{21}$ 公升的果汁，平分裝成 3 瓶，每瓶裝多少公升？</p> <p>(1) $3\frac{2}{7}$</p> <p>(2) $3\frac{6}{7}$</p> <p>(3) $3\frac{2}{21}$</p> <p>(4) $3\frac{6}{21}$</p> | | | | |
| 答案 | 3 | 認知歷程向度 | 解題與思考 | 題型 | 選擇題 |
| 能力指標 | 5-n-09 能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。 | | | | |
| 基本學習內容 | 5-nc-09-1 能理解分數除以整數的分數除法意義，並解決生活中的問題。 | | | 內容領域 | 數與量 |
| 施測後回饋 訊息 | <p>評量重點：</p> <p>本題是分數除以整數的文字題，要求學生算出答案，評量學生分數除以整數問題解題的能力。</p> <p>教學建議：</p> <p>(一)本基本學習內容為分數乘以分數問題的先備知識，以分數乘以分數的乘法問題「一瓶果汁有 $\frac{3}{5}$ 公升，$\frac{2}{7}$ 瓶果汁是多少公升？」為例，學生必須透過先除「$\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{35}$」再乘「$\frac{3}{35} \times 2 = \frac{6}{35}$」兩個步驟，才能算出 $\frac{2}{7}$ 瓶果汁有 $\frac{6}{35}$ 公升；其中分數除以整數「$\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{35}$」是本基本學習內容教學的重點。</p> <p>(二)教師應先引入被除數的分子是除數整數倍的問題(見問題 1)，再引入被除數的分子不是除數整數倍的問題(見問題 2)。</p> | | | | |

問題 1：「將 $\frac{12}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的一杯是幾公升？」

問題 2：「將 $\frac{3}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的一杯是幾公升？」

問題 1 中的 $\frac{1}{5}$ 公升並沒有被分割，問題 2 中的 $\frac{1}{5}$ 公升被分割成 4 等份。

將問題 1 中的 $\frac{12}{5}$ 公升解讀為 12 個 $\frac{1}{5}$ 公升，就能利用整數除法 $12 \div 4 = 3$ ，算出 $\frac{12}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中一杯是 $\frac{3}{5}$ 公升。

而問題 2 中的 $\frac{1}{5}$ 公升被分割成 4 等份。

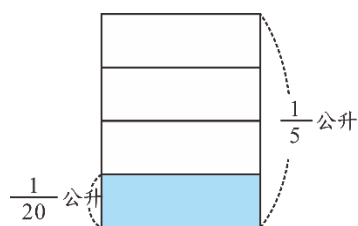
(三)以「將 $\frac{1}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的一杯是幾公升？」

為例，說明如何幫助學生解題。

教師不宜先畫出一個長方形代表 $\frac{1}{5}$ 公升，再將長方形平分成 4 份，

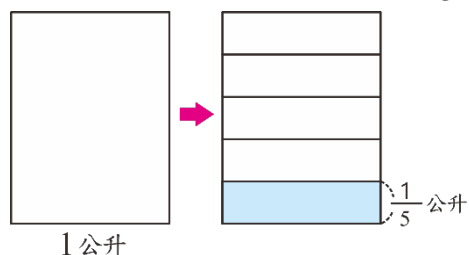
透過算式「 $\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ (公升)」說明其中的 1 份是 $\frac{1}{20}$ 公

升，因為在圖中看不到 $\frac{1}{20}$ 公升。

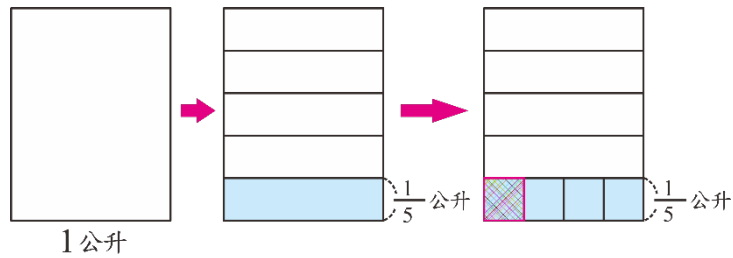


教師應先強調題目最後問的單位是什麼，題目最後問的單位是「公升」，因此先畫出一個長方形代表 1 公升，再將 1 公升平分成 5 大

份，得到其中的 1 大份是 $\frac{1}{5}$ 公升。

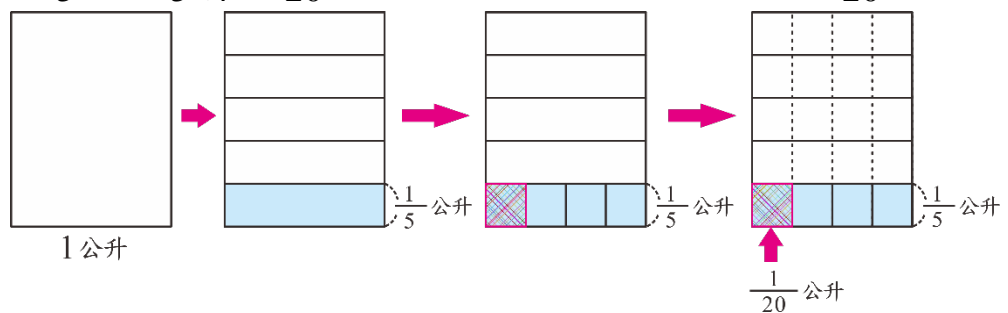


再將 $\frac{1}{5}$ 公升平分成 4 小份。



因為看不到 1 小份和 1 公升的關係，因此將平分成 4 小份的線延長，就能看到 1 公升被分割成 20(5×4)小份，並透過算式

$$\left[\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20} (\text{公升}) \right], \text{說明其中的 1 小份是 } \frac{1}{20} \text{ 公升。}$$



(四)以「 $\frac{5}{8}$ 公升果汁，平分裝成 3 瓶，全部裝完，每瓶裝多少公升？」

為例，說明如何幫助學生解題。

有兩種幫助學生解題的方法，第一種是利用整數除以整數，等分除問題的舊經驗幫助解題；第二種是利用連續量情境單位分數再分割的概念幫助學生解題。

方法一：整數除法

步驟一：將 $\frac{5}{8}$ 公升分割成可以平分成 3 瓶的情境。

$$\frac{5}{8} \text{ 公升} = \frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24} \text{ 公升。}$$

步驟二： $15 \div 3 = 5$ (5 個 $\frac{1}{24}$ 公升)，5 個 $\frac{1}{24}$ 公升是 $\frac{5}{24}$ 公升。

步驟三：得到全部裝完，每瓶裝 $\frac{5}{24}$ 公升的答案。

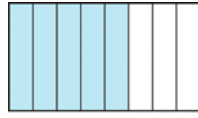
方法二：單位分數再分割

步驟一：教師先強調題目要求回答的是「多少公升」，因此先畫出一個長方形代表 1 公升。



1 公升

步驟二：將 1 公升平分成 8 份，其中的 5 份是 $\frac{5}{8}$ 公升。



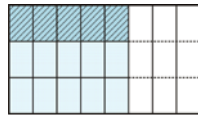
$\frac{5}{8}$ 公升

步驟三：再將 $\frac{5}{8}$ 公升平分成 3 瓶。



步驟四：因為看不到 1 瓶和 1 公升的關係，因此將平分成 3 瓶的線延長，就能看到 1 公升被分割成 24 (8×3) 份，而 1 瓶是 24 份中的 5 份，也就是 $\frac{5}{24}$ (公升)。得到全部裝

完，每瓶裝 $\frac{5}{24}$ 公升的答案。

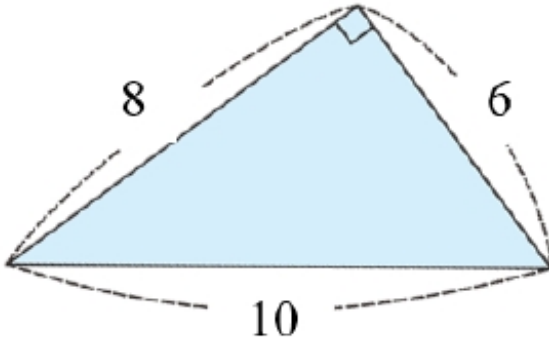


$\frac{5}{24}$ 公升

步驟五：可以把做法記成 $\frac{5}{8} \div 3 = \frac{5}{8 \times 3} = \frac{5}{24}$ (公升)。

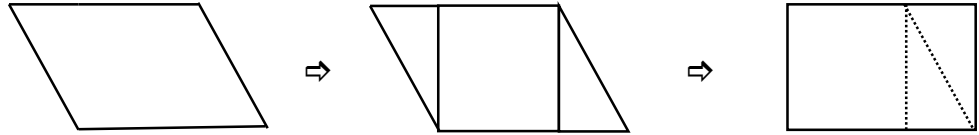
對應教材：5-nc-09-1

111 年 5 月篩選測驗 5 年級 題號：11

| 科別 | 試題年級 | 受測年級 | 試題編號 | | |
|-------------|---|--------|--------------|------|-----|
| 數學 | 5 | 5 | 202205M5S011 | | |
| | | | 11105M5S11 | | |
| 題目 | <p>如圖，三角形的面積為多少平方公分？</p>  <p>(單位：公分)</p> <p>(1) 24 (2) 30 (3) 40 (4) 48</p> | | | | |
| 答案 | 1 | 認知歷程向度 | 程序執行 | 題型 | 選擇題 |
| 能力指標 | 5-s-05 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-n-18) | | | | |
| 基本學習內容 | 5-sc-05-1 能運用切割重組，理解平行四邊形、三角形與梯形的面積公式，同 5-nc-18-1。 | | | 內容領域 | 幾何 |
| 施測後回饋 訊息 | <p>評量重點：</p> <p>本題給定一個標示三邊長的直角三角形，要求學生算出面積，評量學生利用三角形面積公式解題的能力。</p> <p>教學建議：</p> <p>(一)建議教師先透過將平行四邊形切割再重組成長方形的方式，引入平行四邊形的面積公式。再透過將兩個三角形拼成平行四邊形，以及將兩個梯形拼成平行四邊形的方式，引入三角形及梯形面積公式。</p> <p>這種引入三角形、平行四邊形與梯形面積公式的方法，其優點是只要操弄圖形就能導出公式，不涉及代數式的運算，缺點是解法不自然，學生無法自發性的解題，必須透過教師的引導才能導出公式。教師<u>不宜</u>透過將三角形、平行四邊形與梯形分別切割成長方形和直角三角形，再將它們面積相加的方式，引入面積公式，這種方法雖然能算出三角形、平行四邊形與梯形的面積，但是五年級學生不易將這些算式併式後引入公式。</p> | | | | |

(二)下面概略說明如何引入平行四邊形、三角形與梯形的面積公式

- 1.將平行四邊形先切割再重組(如下圖),將平行四邊形轉換成等積異形的長方形,其中長方形的長邊就是平行四邊形的底邊,長方形的寬邊就是平行四邊形的高。平行四邊形面積=長方形面積=長×寬=底×高。



教師應強調長方形的長邊和寬邊互相垂直,因此平行四邊形的底邊和高也互相垂直,為以後找不同形狀平行四邊形給定底邊求對應高的問題鋪路。

- 2.透過將兩個全等的三角形拼成平行四邊形的方式,導出三角形面積公式,其中三角形的底就是拼成平行四邊形的底,三角形的高就是拼成平行四邊形的高。

三角形面積=平行四邊形面積 $\div 2$ =(底×高) $\div 2$ 。



學生並不知道兩個全等三角形拼成的四邊形一定是平行四邊形,教師應要求學生檢查拼成的四邊形是平行四邊形;也要強調平行四邊形的底和高互相垂直,所以三角形的底和高也互相垂直,為以後找不同形狀三角形給定底邊求對應高的問題鋪路。

- 3.透過將兩個全等的梯形拼成平行四邊形的方式,導出梯形的面積公式,其中梯形的「上底+下底」就是拼成平行四邊形的底,梯形的高就是拼成平行四邊形的高。

梯形面積=平行四邊形面積 $\div 2$ =(上底+下底)×高 $\div 2$



教師應強調平行四邊形的底和高互相垂直,所以梯形的底和高也互相垂直,為以後找不同形狀梯形給定兩底邊求對應高(如下圖)的問題鋪路。




- (三)將梯形下底和高的長度固定不變,只變化上底的長度,可以幫助學生聯絡梯形面積公式和平行四邊形面積公式及三角形面積公式的關係。

當梯形上底長度很接近梯形下底長度時,梯形的形狀很接近平行

四邊形，梯形面積公式 $=(\text{上底}+\text{下底})\times\text{高}\div 2=(\text{下底}+\text{下底})\times\text{高}\div 2$
 $=(\text{下底}\times 2)\times\text{高}\div 2=\text{下底}\times\text{高}=\text{底}\times\text{高}=\text{平行四邊形面積公式}$ 。
當梯形上底長度很接近 0 時，梯形的形狀很接近三角形，梯形面積公式 $=(\text{上底}+\text{下底})\times\text{高}\div 2=(0+\text{下底})\times\text{高}\div 2=(\text{下底})\times\text{高}\div 2$
 $=\text{底}\times\text{高}\div 2=\text{三角形面積公式}$ 。

對應教材：5-sc-05-1(同 5-nc-18-1)

111 年 5 月篩選測驗 5 年級 題號：21

| 科別 | 試題年級 | 受測年級 | 試題編號 | | |
|---------|---|--------|--------------|------|-----|
| 數學 | 5 | 5 | 202205M5S021 | | |
| | | | 11105M5S21 | | |
| 題目 | <p>甲圖、乙圖、丙圖都有三根竹籤。</p> <p>甲 </p> <p>乙 </p> <p>丙 </p> <p>哪些圖中的三根竹籤可以排成一個三角形？</p> <p>(1) 只有甲</p> <p>(2) 只有乙</p> <p>(3) 只有丙</p> <p>(4) 甲、乙、丙都可以</p> | | | | |
| 答案 | 3 | 認知歷程向度 | 概念理解 | 題型 | 選擇題 |
| 能力指標 | 5-s-02 能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊。 | | | | |
| 基本學習內容 | 5-sc-02-1 能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊，並解決問題。 | | | 內容領域 | 幾何 |
| 施測後回饋訊息 | <p>評量重點：</p> <p>本題給定三組三根竹籤的組合，要求學生選出可以圍成三角形的組合，評量學生利用三角形任意兩邊和大於第三邊性質解題的能力。</p> <p>教學建議：</p> | | | | |

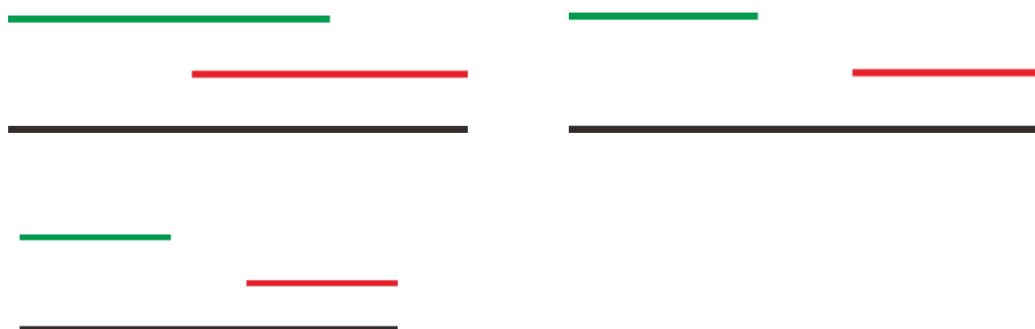
(一)五年級學生應該已能掌握連接兩點的繩子，以直線為最短。教師可以利用這個性質，幫助學生理解三角形任意兩邊和大於第三邊。以三角形 ABC 為例，連接 A、B 兩點的繩子，以線段 AB 為最短，所以 $AC+BC>AB$ ；連接 A、C 兩點的繩子，以線段 AC 為最短，所以 $BC+AB>AC$ ；連接 B、C 兩點的繩子，以線段 BC 為最短，所以 $AB+AC>BC$ ，也就是三角形任意兩邊和大於第三邊。

(二)「三角形任兩邊的和的大於第三邊」與「三角形比較短的兩邊和大於最長邊」是等價的定義。假設三角形三邊的長度是 $a、b、c$ ， $a\geq b\geq c$ ，如果 $b+c>a$ 成立，那麼 $a+b>c$ 、 $a+c>b$ 一定也會成立。所以當「三角形比較短的兩邊和大於最長邊」成立時，「三角形任兩邊的和的大於第三邊」也會成立。

建議教師教學時必須說明「三角形任兩邊的和的大於第三邊」的性質，但是在判斷是否能圍成三角形時，只要判斷「比較短的兩邊和是否大於最長邊」即可。學生只要掌握「比較短的兩邊和大於最長邊」時，就能圍成三角形，就能發展出「比較短的三邊和大於最長邊」時，就能圍成四邊形，以及「比較短的 $n-1$ 邊和大於最長邊」時，就能圍成 n 邊形的性質。

(三)判斷給定的三線段是否能拼成三角形時，不必檢查任意兩邊和大於第三邊，只要檢查較短的兩邊和是否大於最長邊即可。

如左下圖，較短的兩邊和的大於最長邊，因此可以圍成一個三角形。如右下圖，較短的兩邊和的小於最長邊，因此不可以圍成一個三角形



(四)下面以「以 2、7、5(公分)，以及 2、7、6(公分)為三邊長，是否能圍成三角形？」為例說明如何幫助學生解題。

建議教師依下列步驟，幫助學生解決問題。

步驟一：先找出最長邊 7 公分。

步驟二：檢查剩下兩邊的和是否大於 7 公分

$2+5=7$ ，以 2、7、5(公分)為三邊長不能排成三角形。

步驟三：檢查剩下兩邊的和是否大於 7 公分

$2+6>7$ ，以 2、7、6(公分)為三邊長能排成三角。

對應教材：5-sc-02-1

